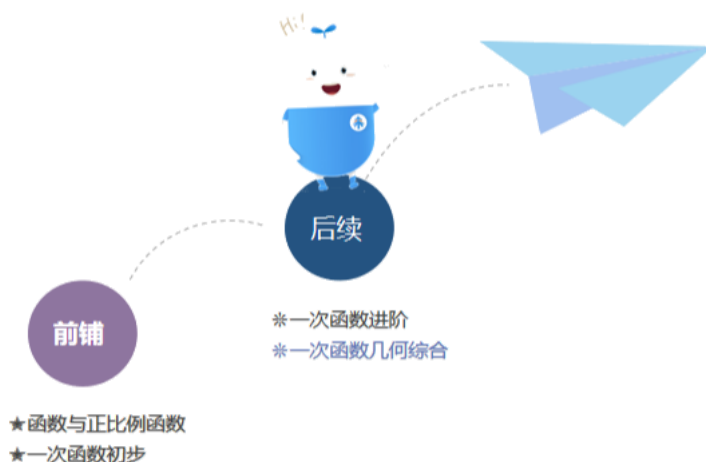
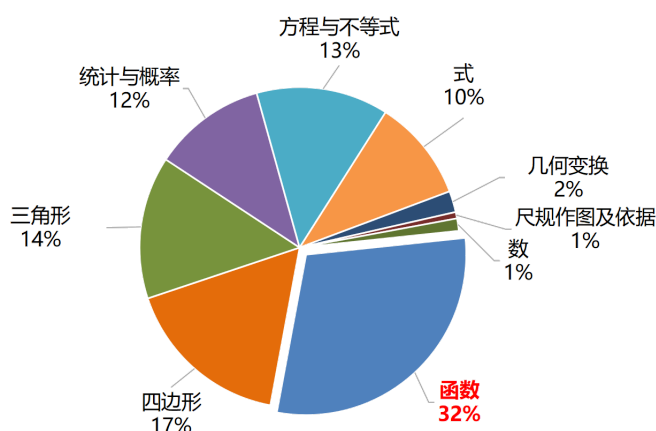


第1讲 一次函数公共点问题

一次函数属于人教版第十九章的内容，是期末考试的必考知识点，同时也是中考第16题考点：一次函数的性质；23题的考点：一次函数实际应用，故这部分我们分为《一次函数初步》、《一次函数进阶》、《一次函数几何综合》三个模块。本模块为《一次函数几何综合》，旨在帮助学生掌握并熟练运用一次函数的图象与性质解决综合性问题。

本模块难度较大，适用于一次函数的难点突破，本模块分为一次函数与轴对称综合、一次函数与面积综合、一次函数与四边形综合3讲内容，帮助学生熟悉一次函数几何综合部分常见题型，理清解题思路。



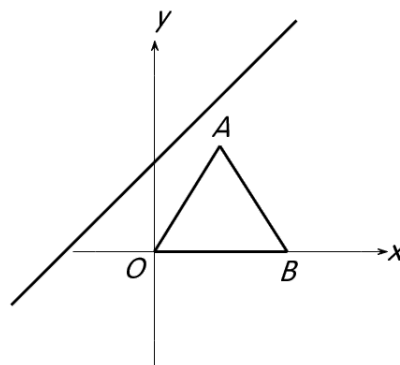
一、一次函数平移与图形的公共点

思考

如图， l 为斜率为1的任意一条直线， l 与 $\triangle AOB$ 可能有几个交点？

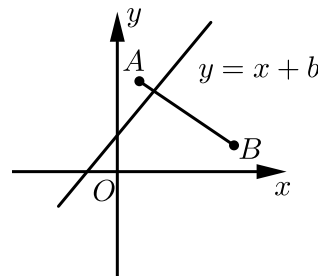
解题思路：

- ① 先找只有_____交点的临界点；
- ② 直线在两个临界点_____时，有_____交点；
- ③ 直线在两个临界点_____时，_____交点。



例题1

1. 在平面直角坐标系中， O 是原点，已知点 $A(1, 3)$ 、 $B(4, 1)$ 。直线 l 是一次函数 $y = x + b$ 的图象。
 - ① 当 $b = 3$ 时，求直线 l 与 x 轴的交点坐标；
 - ② 当直线 l 与线段 AB 有交点时，直接写出 b 的取值范围。

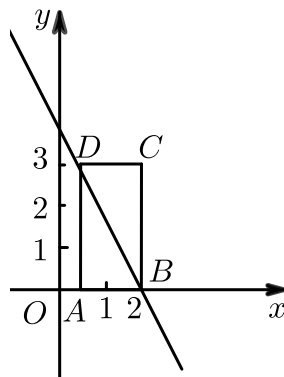


练习1

2. 已知直线 $y = 2x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B 。若将直线 $y = \frac{1}{2}x$ 向上平移 n 个单位长度与线段 AB 有公共点，则 n 的取值范围是_____。
3. 在平面直角坐标系中， A 、 B 两点的坐标分别为 $(-1, 2)$ 、 $(2, 2)$ 。
 - (1) 直线 $y = |x| + b$ 与线段 AB 有且只有一个公共点，则实数 b 取值范围是_____。

例题2

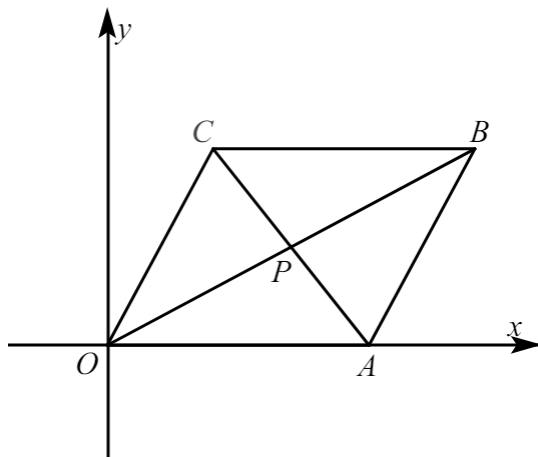
4. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $ABCD$ 的边 $AD = 3$ ， $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ， $B(2, 0)$ ，直线 $y = kx + b$ 经过 B ， D 两点．



- (1) 求直线 $y = kx + b$ 的解析式．
 (2) 将直线 $y = kx + b$ 平移，若它与矩形有公共点，直接写出 b 的取值范围．

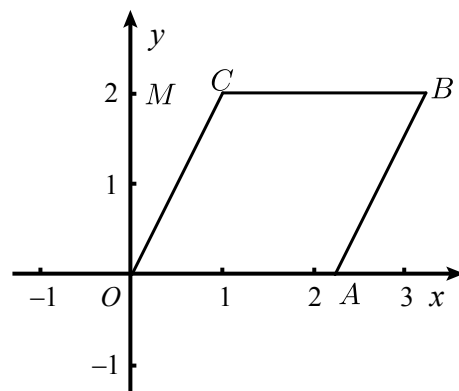
练习2

5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(4, 0)$ ， $OA = OC$ ， $\angle AOC = 60^\circ$ ，且 $CB \parallel OA$ ， OB 平分 $\angle AOC$ ，点 P 是四边形 $OACB$ 的对角线交点．



- (1) 若一次函数 $y = x + b$ 的图象经过点 P ，求 b 的值．
 (2) 若一次函数 $y = x + m$ 的图象与四边形 $OACB$ 有两个公共点时，求 m 的取值范围．

6. 给出定义：若直线与一个图形有且只有两个公共点，则直线与该图形位置关系是相交．坐标系 xOy 中，以 $A(-1, -1)$ ， $B(3, 0)$ ， $C(1, 1)$ ， $D(0, 3)$ 为顶点，顺次连结 AB 、 BC 、 CD 、 DA 构成图形 M ．若直线 $y = -x + b$ 与 M 相交，则 b 的取值范围是 _____ ．
7. 已知菱形 $OABC$ 在坐标系中的位置如图所示， O 是坐标原点，点 $C(1, 2)$ ，点 A 在 x 轴上，点 $M(0, 2)$ ．

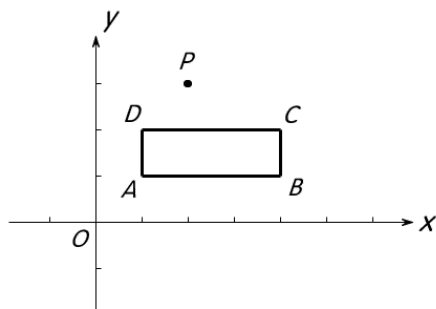


- (1) 点 P 是直线 OB 上的动点，求 $PM + PC$ 最小值．
- (2) 将直线 $y = -x - 1$ 向上平移，得到直线 $y = kx + b$ ．
- ①当直线 $y = kx + b$ 与线段 OC 有公共点时，结合图象，直接写出 b 的取值范围．
- ②当直线 $y = kx + b$ 将四边形 $OABC$ 分成面积相等的两部分时，求 k ， b ．
- (只需写出解题的主要思路，不用写出计算结果) ．

二、一次函数旋转与图形的公共点

思考2

如图，在矩形 $ABCD$ 中， $A(1,1)$ ， $B(4,1)$ ， $C(4,2)$ ， $D(1,2)$ ，过点 $P(2,3)$ 的直线 $y=kx+b$ 与矩形有两个交点，求 k 的取值范围.



例题3

8. 已知两点 $A(3,2)$ ， $B(-4,1)$ ，则过点 $C(0,-1)$ 的直线 l 与线段 AB 有公共点求直线 l 的斜率 k 的取值范围 () .

- A. $k > 1$ B. $k > 1$ 或 $k < -\frac{1}{2}$ C. $k < -\frac{1}{2}$ D. $k > 1$ 或 $k < \frac{1}{2}$

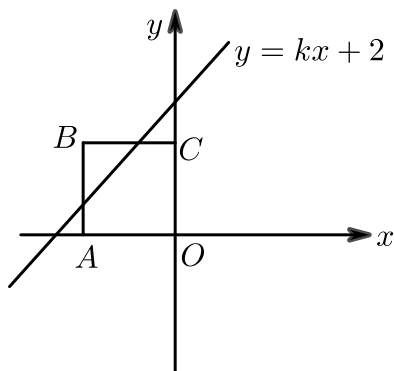
练习3

9. 已知函数 $y=(k-1)x+2k-1$ 与 $y=|x-1|$ ，当满足 $0 \leq x \leq 3$ 时，两个函数的图象存在2个公共点，则 k 满足的条件是 () .

- A. $0 \leq k \leq 3$ B. $\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{6}{5}$ C. $-\frac{1}{3} < k \leq 0$ D. $\frac{2}{3} < k \leq 1$

例题4

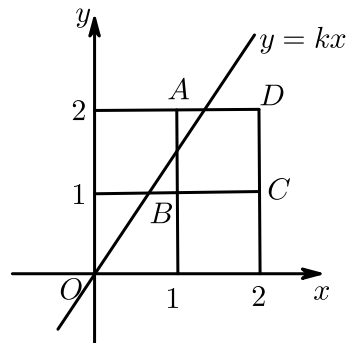
10. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是边长为1的正方形，顶点 A 、 C 分别在 x 轴的负半轴、 y 轴的正半轴上. 若直线 $y=kx+2$ 与边 AB 有公共点，则 k 的值可能为 () .



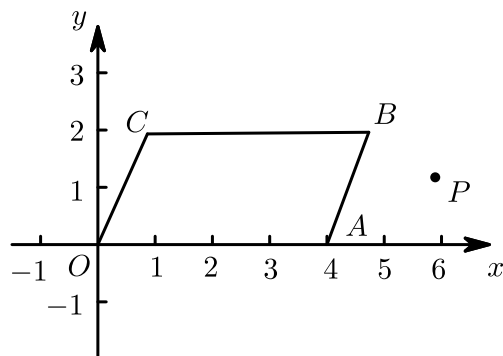
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3

练习4

11. 将 2×2 的正方形网格如图放置在平面直角坐标系中，每个小正方形的顶点称为格点，每个小正方形的边长都是1，正方形 $ABCD$ 的顶点都在格点上，若直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与正方形 $ABCD$ 有公共点，则 k 的取值范围是（ ）。



- A. $k \leq 2$ B. $k \geq \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} \leq k \leq 2$ D. $\frac{1}{2} < k < 2$
12. 在平面直角坐标系内有一平行四边形 $O(0,0)$ ， $A(4,0)$ ， $B(5,2)$ ， $C(1,2)$ ，有一次函数 $y = kx + b$ 的图象过点 $P(6,1)$ 。



- (1) 若此一次函数图象经过平行四边形 OAC 边的中点，求 k 的值。
- (2) 若此一次函数图象与平行四边形 $OACB$ 始终有两个交点，请求出 k 的取值范围。